Peirce y la matemática[1]

Arnold Oostra

Universidad del Tolima

Es bien sabido que Peirce se consideraba a sí mismo un lógico, en el sentido amplio que él mismo asignaba a ese término. Quizás es menos conocida su frase de 1897 *"I am none the less a mathematical logician for that"* [CP 3.515]. La matemática es ubicua en el legado peirceano, a tal punto que es imposible comprender plenamente el pensamiento de Peirce si no se mira su ingrediente matemático. En la otra dirección, si se quiere ver en la matemática peirceana más que una colección de ideas geniales dispersas, es indispensable mirar la arquitectónica filosófica global del pensador y enmarcar en ella cada resultado técnico.

En este artículo se elabora una visión panorámica y sin detalles técnicos de la matemática de Peirce. La primera parte presenta su actividad matemática, su concepto de esta ciencia y sus principales aportes a la misma. En la segunda se aborda la cuestión de la recepción de esa actividad y su proyección hacia el futuro.

1. La matemática en el legado peirceano

1.1 Peirce, matemático

Una revisión de los escritos matemáticos de Peirce rápidamente perfila la imagen de un matemático profesional activo. Peirce estaba al tanto de los grandes problemas matemáticos de su época y de sus consecuencias filosóficas. Por ejemplo, escribió con rigor sobre las imperfecciones lógicas en Euclides y sobre las geometrías no euclidianas, así como sobre el famoso problema de los cuatro colores. De igual manera Peirce estaba enterado de los temas nuevos que emergían en la matemática como puede verse en sus comentarios sobre trabajos de matemáticos contemporáneos, desde Klein hasta Whitehead y Russell. También se refirió repetidamente a la naciente teoría de conjuntos y a la incipiente topología, dos teorías que jugarían un papel absolutamente fundamental en la matemática del siglo XX. Esta preferencia visionaria no es una excepción pues Peirce anticipó muchos resultados de la lógica y la matemática posteriores [Z1], de hecho él mismo insistió que había anticipado varias ideas de Cantor quien es el fundador indiscutido de la teoría de conjuntos. Sin embargo Peirce siempre se expresó sobre Cantor con profundo respeto, de hecho

[1] Publicado en **Anthropos** 212 (2006) 151 – 159.

intercambió algunas cartas con él así como con otros matemáticos europeos. También es seguro que Peirce tuvo algún contacto con todas las personas que integraban la incipiente comunidad matemática norteamericana de fines del siglo XIX.

Los trabajos de Peirce en el *U. S. Coast Survey* tuvieron un alto componente matemático. Además de la teoría que sustentaba las mediciones pendulares de la gravedad y del análisis matemático del error en esas mediciones, debe recordarse que todos los cálculos con los datos observados se hacían a mano. Aunque Peirce conocía las diferentes propuestas de máquinas calculadoras mecánicas, en una carta a Marquand le apuesta al uso de la electricidad en el desarrollo de máquinas para resolver problemas matemáticos (1886!). Otra cuestión matemática planteada en el trabajo para el *Survey* consiste en la proyección de mapas, en este campo Peirce elaboró variantes de la proyección usual de Mercator y propuso una proyección nueva.

Cuando fue expulsado de Johns Hopkins, Peirce probó muchas alternativas para su sustento y algunas de ellas se basaban en la matemática. En 1887 lanzó una serie de cursos de lógica por correspondencia que, aunque tuvo estudiantes por un tiempo, no prosperó a largo plazo. Alrededor de 1890 Peirce emprendió la tarea de escribir textos en aritmética, álgebra y geometría dirigidos a la educación básica. A pesar del esfuerzo invertido en su escritura, estos libros no fueron publicados durante su vida y tuvieron que pasar 75 años para que textos con ese enfoque fueran adoptados por la educación básica en los Estados Unidos [NEM 2.v].

Peirce siempre insistió en la importancia de la matemática. Sentenció que "el arte del razonamiento es la esencia de la educación" [W 6.30] y esperaba que "la comprensión sólida de la naturaleza del razonamiento matemático conduciría a grandes mejoras en la matemática" [CP 4.428], mientras criticaba sin misericordia los escritos de matemática y lógica que carecieran del rigor pertinente. Por otra parte, en muchos de sus escritos y conferencias Peirce sustentaba sus argumentos filosóficos con teorías y pruebas matemáticas. Esto puede verse por ejemplo en su importante escrito *Prolegomena to an Apology for Pragmaticism* de 1906 [CP 4.530–572] y en el hecho de que quienes organizaban sus conferencias siempre le solicitaban simplificar al máximo el ingrediente matemático.

1.2 El concepto de matemática

A lo largo de toda su carrera pero en especial entre 1898 y 1903 Peirce meditó sobre la concepción y la esencia de la matemática, estudio que incluyó una revisión histórica de las definiciones de esta ciencia. Por ejemplo, juzgó que la frase "la matemática es la ciencia de la cantidad", quizás acuñada en el siglo V, es una sentencia que sobrevivió a su significado. Aún si los griegos emplearon esta frase es imposible que le dieran el significado actual a estos términos, porque habían avanzado mucho en geometría. Aunque Aristóteles indicó la cantidad y la continuidad como los objetos del estudio matemático, insistió en que esta ciencia debería definirse más bien por su grado de abstracción. En tiempos modernos, Kant convino en que lo distintivo de la matemática no es su objeto —según él, juicios sintéticos *a priori*— sino su método —estudio de diagramas—.

En 1870 Benjamin Peirce declaró que “la matemática es la ciencia que obtiene conclusiones necesarias”. Según su hijo Charles esa definición inicialmente resultó desconcertante pero al final del siglo XIX era bien acogida, desde la perspectiva histórica actual puede argüirse que es coherente con los desarrollos de la matemática en esa época. Aparte de añadir que la actividad del matemático incluye la formulación de las hipótesis —abducción—, Peirce siempre favoreció la definición de su padre. Este enunciado en cierto modo preludia la máxima pragmática y por otro lado subraya el método de la matemática, que Peirce en repetidas ocasiones precisó como sigue. “El razonamiento matemático consiste en construir un diagrama de acuerdo con un precepto general, en observar ciertas relaciones entre partes de ese diagrama —relaciones que no están requeridas de manera explícita por el precepto—, en mostrar que estas relaciones valdrán para todos los diagramas tales, y en formular esta conclusión en términos generales” [CP 1.54]. Cabe señalar que los diagramas peirceanos incluyen tanto las fórmulas algebraicas como los gráficos geométricos.

Peirce propuso una definición alternativa de la matemática que, en sus propias palabras, destaca el objeto de la indagación: “la matemática es el estudio de lo que es verdadero sobre estados hipotéticos de cosas” [CP 4.233]. Según Peirce, la persona dedicada a la matemática pura se ocupa exclusivamente de hipótesis, sin preocuparse por su existencia real. Las hipótesis son creaciones ideales de su imaginación pero en ellas descubre relaciones a menudo sorprendentes, explorando así poco a poco un universo potencial, “un gran cosmos de formas” en el cual la existencia actual no es más que un lugar. Peirce indica que esta abstracción explica el carácter necesario de las conclusiones matemáticas. El razonamiento matemático es evidente por sí mismo y aunque quien lo realiza puede cometer errores, la libertad provista por la abstracción permite corregirlos de manera concluyente. Lo cual hace de la matemática la única ciencia en la que nunca hay disputas prolongadas sobre la validez de una teoría.

Las dos visiones de la matemática no son contradictorias —de hecho en alguna ocasión Peirce las amalgamó de manera coherente [NEM 3.64]— pero inducen maneras diferentes de dividirla. Según Peirce la clasificación tradicional en álgebra y geometría obedece a una mirada metodológica, es del todo desafortunada y debería sustituirse por una división según las hipótesis. Como estas hacen referencia a conjuntos finitos, infinitos y continuos [CP 1.283], Peirce divide la matemática en “matemática de la lógica”, “matemática de las series discretas” o aritmética, y “matemática del continuo” que incluye el cálculo o análisis matemático [CP 1.185].

Peirce disintió de Richard Dedekind cuando éste afirmaba que la matemática es una rama de la lógica. Para Peirce “el matemático y el lógico, aunque ocupan el mismo terreno, miran en direcciones diametralmente opuestas: el matemático procura obtener las conclusiones necesarias, el lógico procura descubrir cómo están compuestas las inferencias necesarias y probables; un estudio es sintético, el otro analítico” [NEM 3.332]. En el edificio peirceano la matemática no necesita apelar en manera alguna a la lógica pues no se requiere una ciencia del razonamiento para poder razonar bien. Al revés la lógica —mucho más que la lógica matemática, considerada también por Peirce— sí depende de la matemática. De hecho todas las ciencias, sin excepción, deben referirse a la matemática y reciben aplicaciones de ella [CP 1.245]. En vista de esta idea de Peirce, resulta natural que en su clasificación triádica de las ciencias la matemática ocupa el primer lugar, siendo el segundo para la filosofía y el tercero para las ciencias especiales. La filosofía a su vez se clasifica en fenomenología, ciencias normativas —estética, ética, lógica— y metafísica [Z2].

Las meditaciones de Peirce sobre la esencia de la matemática son coherentes con los soportes fundamentales de su sistema filosófico. Por ejemplo su definición metodológica de la matemática es una forma de la máxima pragmática y su definición objetiva fija el lugar de la matemática en la clasificación de las ciencias. Vale la pena destacar que los trabajos matemáticos técnicos de Peirce también presentan esta coherencia. Por ejemplo su axiomatización de los números naturales —1881, primera en la historia de la matemática— muestra de manera diáfana que la aritmética consiste en conclusiones necesarias de unas pocas proposiciones [O2]. A su vez la notación para los conectivos proposicionales binarios, propuesta por Peirce en 1902, cristaliza su teoría de los signos [O3].

1.3 Aportes más significativos

A lo largo de toda su vida académica Peirce produjo de manera sostenida abundantes trabajos matemáticos de gran calidad y originalidad. Muchos de ellos son resultados técnicos puntuales que ya en esa época no tenían el impacto de antaño —como lo indica el mismo Peirce [CP 2.108]— y que, sin mermar su interés y genialidad, no pueden clasificarse como aportes significativos. Las contribuciones mayores de Peirce a la matemática sin duda residen en sus reflexiones sobre problemas conceptuales generales, por supuesto apoyados por una buena cantidad de los resultados técnicos. Entre estos aportes hay dos que pueden considerarse líneas maestras: la lógica de relativos y la lógica del continuo.

Durante el último tercio del siglo XIX Peirce trabajó intensamente en su lógica de relativos, prueba de ello es la cantidad de escritos publicados por él en este período que incluyen en su título la frase "lógica de relativos". Él mismo indica que esta investigación matemática nació de estudios filosóficos, específicamente de una crítica a la lógica formal de Kant —de quien, por lo demás, Peirce era estudiante profundo y respetuoso—. En un escrito de 1762 Kant afirma que ningún silogismo contiene principio lógico alguno que no está contenido ya en el silogismo *Bárbara*, hecho refutado por Peirce con argumentos que le condujeron a una primera versión de sus tres categorías [CP 4.2–4]. En esas investigaciones Peirce también estableció que la entonces novedosa álgebra de Boole no permitía representar todos los silogismos y que estos a su vez no permitían representar todos los razonamientos matemáticos. "Combinando estas ideas descubrí la lógica de relativos". Los relativos constituyen una de las ideas generales y fundamentales de Peirce cuya concepción plena va mucho más allá de la matemática. Es imposible dar una definición concisa de relativo y aún no es del todo clara la diferencia peirceana entre relativo y relación. En todo caso Peirce ve en un relativo más que un conjunto de tuplas, como se define hoy en día una relación matemática. En una ocasión expresa que un relativo es el ícono que queda al quitar de una proposición que tiene varios sujetos los índices de los mismos, por ejemplo "— da — a —", y puede convertirse siempre en una proposición llenando los espacios con sustantivos adecuados [CP 3.636].

La lógica de relativos abarca un sinnúmero de resultados técnicos, un ejemplo notable es la importante tesis de Peirce según la cual todo relativo de aridad mayor que tres puede reducirse a relativos de aridad tres o menor, mientras relativos de las tres primeras aridades en general no pueden reducirse [B]. Este teorema técnico encarna la necesidad de las tres categorías peirceanas. Varias consecuencias de la lógica de relativos fueron empleadas por Peirce a discreción después de su descubrimiento, no solo en pruebas matemáticas formales sino aun en argumentos filosóficos [CP 1.629]. La lógica de relativos contiene también múltiples ejemplos de resultados anticipados por Peirce que fueron redescubiertos por la lógica matemática del siglo XX.

Peirce desarrolló dos notaciones para la lógica de relativos, una algebraica y una geométrica. Durante las primeras décadas, las investigaciones de Peirce en la lógica de relativos procuraban extender el álgebra de Boole y De Morgan a relativos de aridad positiva. Peirce simbolizó los relativos y sus índices con letras y llevó muy lejos la analogía con la notación funcional de la matemática, definiendo multitud de operaciones con relativos y estudiando sus propiedades. Hacia 1870 había desarrollado un concepto rudimentario de variable y en la década de los 80 llegó, en colaboración con O. H. Mitchell, al concepto de cuantificador. Salvo los signos empleados, su presentación de 1883 de la teoría de la cuantificación [CP 3.328–358] es idéntica a una presentación actual de la lógica de primer orden en lógica matemática: incluye relativos, operaciones con los mismos, cuantificadores —universal y existencial— y deducciones con fórmulas cuantificadas. A pesar de este avance y anticipo, Peirce prefería la lógica algebraica sobre la teoría de la cuantificación pues le proveía mejores herramientas de representación y análisis de los procesos deductivos.

Pero la notación algebraica no satisfacía plenamente a Peirce, para quien el uso del álgebra en las investigaciones lógicas tiene peligros [CP 3.619]. Aunque en 1882 representó algunos relativos mediante gráficos bidimensionales, solo en la década de los 90 inició una búsqueda metódica de un sistema icónico de signos lógicos, exploración que le hizo entrar en contacto con la topología y la teoría de grafos. En un escrito publicado en 1892, Peirce anuncia sin detalles el hallazgo de "un método de diagramatización mucho más poderoso que el álgebra, a la vez extensión de esta y del método gráfico de Clifford" [CP 3.418]. En 1897 publica un sistema gráfico para la lógica que después denominaría gráficos entitativos, muy similar a los diagramas químicos [CP 3.456–552]. Pero en enero del mismo año Peirce se decidió por un sistema alternativo, llamado desde 1898 gráficos existenciales. En los años siguientes, tanto en conferencias como en escritos Peirce hizo presentaciones iteradas y cada vez más detalladas de estos gráficos, que en 1908 destacó como "*my chef d'oeuvre*" [R].

En el sistema de Peirce, la escritura de gráficos o proposiciones en la "hoja de aserción" significa su afirmación; el trazo de una curva cerrada llamada "corte" —por ejemplo, un óvalo— alrededor de un gráfico significa su negación; la conexión de dos gráficos mediante una "línea de identidad" significa la existencia de un individuo que guarda las relaciones que ellos indican. Estas convenciones sencillas fuerzan la representación de cualquier expresión lógica: por ejemplo un corte doble —esto es, un óvalo que encierra a otro— significa una implicación cuyo antecedente es lo escrito entre los dos cortes y cuyo consecuente es lo escrito dentro del corte interior. Peirce indicó que este corte doble es el gráfico básico "cuyo desarrollo lógico inevitable me condujo pronto al sistema de los gráficos existenciales" [CP 4.564]. Además de ser un sistema de representación, los gráficos existenciales van acompañados de un código de permisos de transformación: borramiento en par y escritura en impar; iteración en cortes adicionales y su reversa, desiteración; libre inserción y eliminación de cortes dobles [R, NEM 3.405–446, S, Z3]. La deducción de los silogismos aristotélicos mediante gráficos existenciales, además de revestir gran importancia histórica —en especial en tiempos de Peirce—, es un ejemplo arquetípico del método de este sistema

El propósito perseguido por Peirce con los gráficos existenciales no es facilitar el razonamiento mismo sino facilitar su estudio separándolo en sus pasos más pequeños [NEM 3.405]. El sistema de los gráficos existenciales constituye un ícono del método atribuido por Peirce al razonamiento matemático y al deductivo: las hipótesis se vierten en un diagrama mediante convenciones sencillas; sobre el diagrama se pueden operar ciertas transformaciones permitidas; del diagrama transformado se lee la conclusión siguiendo las convenciones. En realidad este sistema desborda la matemática, según Peirce ilustra el curso general del pensamiento pues "es un diagrama burdo y generalizado de la mente" [CP 4.582]. De hecho Peirce propuso emplear los gráficos existenciales para probar la máxima pragmática.

El concepto del continuo empezó a ocupar un lugar central en las investigaciones de Peirce entre 1895 y 1900. Comenzó discutiendo las definiciones antiguas de Aristóteles y Kant y estudiando los trabajos recientes de Cantor, más tarde insistió en una serie de características fundamentales que debe poseer el continuo. Enunció estas propiedades de manera muy general y por tanto muy vaga, presentación que aún no ha encontrado una expresión matemática concreta y formal.

Peirce ve el continuo como un concepto absolutamente general que en manera alguna puede ser reconstruido a partir de sus puntos, luego debe entenderse de manera sintética. El filtro natural que permite liberar lo existente de sus rasgos particulares para acceder a la generalidad es la lógica de relativos, resultando así la definición palmaria: "La continuidad es simplemente lo que la generalidad se vuelve en la lógica de relativos" [CP 5.436]. Una consecuencia de la genericidad del continuo es lo que Peirce llamó su carácter "supermultitudinario" pues el tamaño del continuo también debe ser genérico. Por otro lado, Peirce recoge de Kant la propiedad reflexiva del continuo: cada una de sus partes posee una parte similar al todo. La reflexividad implica que el continuo no está compuesto de puntos, que es inextensible, en lo cual se distingue de manera radical del continuo de Cantor. En tercer lugar, según Peirce, antes de su descomposición y recomposición analítica debe darse una visión global y sintética del continuo. Tal visión entraña una inmensa riqueza de posibilidades, como lo expresa: "Así el continuo es todo lo que es posible, en cualquier dimensión en que sea continuo" [NEM 4.343]. Este es el carácter modal del continuo peirceano. Por supuesto, un ámbito sintético donde se pega todo lo posible y donde se permite el tránsito de las diferentes modalidades debe ser flexible o, como lo llama Peirce, plástico. Además de las propiedades globales del continuo peirceano —genericidad luego supermultitud; reflexividad luego inextensibilidad; modalidad luego plasticidad— pueden distinguirse en el legado peirceano cuatro metodologías locales para su estudio: la relacionalidad genérica, la lógica de la vaguedad, la lógica de vecindades y la cirugía de lo posible [Z2, Z3].

Así, los aportes conceptuales más significativos de Peirce a la matemática se funden en uno solo: la lógica del continuo es continuación de la lógica de relativos; por otro lado, de los tres momentos que pueden distinguirse en la lógica de relativos —álgebra de la lógica, teoría de la cuantificación, gráficos existenciales— por lo menos el tercero juega un papel fundamental en la lógica del continuo y en el pensamiento peirceano en general. Pues mientras la lógica de relativos expresada mediante gráficos existenciales es fundamental en el estudio general del continuo peirceano, la hoja de aserción es un ícono de ese continuo.

2. Presente y futuro de la matemática de Peirce

2.1 Impacto

Los resultados matemáticos técnicos de Peirce tuvieron destinos diversos durante el siglo XX. Algunos de ellos fueron incorporados al corpus matemático, por ejemplo la ley de Peirce y los fundamentos de la teoría de retículos. Muchos otros fueron redescubiertos y atribuidos a otros matemáticos como la lógica proposicional con un solo conectivo, la axiomatización de los números naturales y la definición de conjunto finito. Un tercer grupo está constituido por los trabajos que aún aguardan estudio y atención de parte de la comunidad matemática —o que apenas las están recibiendo— como la enumeración peirceana de los números racionales y la notación de Peirce para los conectivos binarios.

Los aportes conceptuales de Peirce a la matemática vivieron vicisitudes semejantes. El álgebra de la lógica de relativos y la teoría de la cuantificación fueron incorporados a la matemática, de hecho algunos autores reducen a esto todo el aporte matemático de Peirce. Ampliada y sistematizada por Schröder, la versión algebraica de la teoría de los relativos de Peirce condujo a los teoremas de Löwenheim y Skolem que, junto con resultados de Tarski, dieron origen a la teoría de modelos, una de las ramas más pujantes de la lógica matemática en los albores del siglo XXI. La lógica de primer orden, sin duda piedra angular de la lógica matemática actual y que además se emplea en todas las áreas de la matemática, es en esencia la teoría de la cuantificación de Peirce y entró a la matemática de manera efectiva gracias a él.

Los gráficos existenciales de Peirce prácticamente fueron olvidados desde su creación hasta que las tesis de Zeman y Roberts en los años 60 llamaron la atención sobre ellos [R]. En las últimas décadas se ha publicado un puñado de artículos matemáticos sobre aspectos técnicos de este sistema así como varias presentaciones modernas del mismo [S, Z3]. Y si sobre los gráficos existenciales se ha escrito poco, sobre el continuo peirceano no se ha escrito casi nada. Sin demeritar estudios filosóficos anteriores, puede asegurarse que los trabajos de Fernando Zalamea [Z2, Z3] constituyen el primer estudio matemático del continuo de Peirce. En ellos se muestra que numerosos matemáticos, trabajando independientemente a lo largo del siglo XX, han propuesto modelos del continuo que comparten algunas de las características indicadas por Peirce. Como ejemplos se tienen el continuo de Veronese y el de Brouwer, la teoría de conjuntos de Vopenka y la de Krajicek, las alegorías de Freyd, la geometría diferencial sintética de Lawvere y la lógica de los haces de Caicedo. Es seguro que los autores de estos trabajos no tenían en mente el continuo peirceano, incluso es difícil imaginar que lo hayan conocido.

Vale la pena señalar aquí que en años recientes las ideas de Peirce han recibido alguna atención en la matemática por un camino totalmente distinto, a saber, en la disciplina conocida como educación matemática. Hoy se hace énfasis allí en el papel de la semiótica para el aprendizaje, lo cual es consecuencia directa de la teoría de los signos de Peirce [A].

2.2 Percepción

La influencia efectiva de Peirce en el desarrollo de la lógica matemática actual está documentada de manera amplia [H], pero la percepción de esa influencia por la comunidad matemática es escasa. La mayoría de quienes practican hoy la matemática tienen poco interés por la historia y el significado amplio de los conceptos involucrados. Además Peirce no aparece en los pocos datos históricos que se mencionan. Lógicos destacados de los siglos XIX y XX como Schröder, Clifford, Whitehead, Łukasiewicz, Tarski y Beth reconocieron la importancia y la influencia de Peirce en la lógica matemática. Pero en el último tercio del siglo XX figuras influyentes en la historia de la lógica y la matemática como Quine, van Heijenoort y Bell, además de atribuír los cuantificadores a Frege, restaron importancia o sencillamente omitieron a Peirce. En particular los gráficos existenciales han tenido muy poca acogida entre practicantes actuales de la lógica matemática, aun quienes los conocen casi siempre se niegan a ver en ellos algo más que "poder sugestivo". Este hecho puede atribuirse a simple prejuicio contra cualquier sistema gráfico [O1, S] o a la creencia de que el único camino para lograr aceptación es resolver algún gran problema que haya quedado abierto empleando otros métodos.

Sin duda alguna, la persona que más ha hecho en la segunda mitad del siglo XX por la recuperación del legado matemático peirceano es Carolyn Eisele. Desde su primer artículo sobre Peirce en 1951 hasta su muerte en 2000, esta aguerrida investigadora construyó con tesón incomparable una larga carrera académica en estudios peirceanos. Su tesis permanente —la Ley de Eisele—es que Peirce fue ante todo un matemático, un científico y un experto en historia de la ciencia, cuya filosofía es producto de sus inquietudes científicas [K]. Si en 1949 Carolyn Eisele encontró oro en una carta de Peirce a Plimpton, hoy todo estudioso de la matemática peirceana tiene una mina de oro en los trabajos de esta pionera.

2.3 Posible trabajo futuro

Es muy difícil predecir el curso futuro de una investigación matemática —máxime si hay pocas personas dedicadas a ella— pues esta ciencia, humana al fin, también está sujeta a tendencias, modas y prejuicios. Más que algún intento de predicción, en este apartado se presenta una propuesta de líneas de trabajo abiertas en la matemática peirceana.

En vista de su genialidad, cada uno de los resultados técnicos de Peirce en matemáticas merece un estudio detallado desde la perspectiva actual. Tal estudio incluye: una revisión cuidadosa de los escritos donde Peirce se refiere al tema; su expresión en riguroso lenguaje matemático actual; su comparación con otros trabajos sobre el mismo tema; el análisis de su relación con las ideas filosóficas de Peirce. Cuando alguno de esos resultados técnicos está comprendido a fondo, debería integrarse a la educación matemática. Por ejemplo no se sabe si los gráficos existenciales aportan algo más que poder sugestivo, pero sí es seguro que una persona con formación en lógica tanto algebraica como geométrica dispone de más herramientas que quien solo conoce la versión algebraica usual.

Una línea de investigación mucho más ambiciosa puede abrirse en la lógica de la continuidad de Peirce. El problema central es construir un modelo matemático del continuo peirceano, o mejor, una sucesión de modelos pues según el mismo Peirce ningún modelo del continuo puede ser único o último. Tras estudiar a fondo y con una perspectiva amplia el continuo peirceano sería preciso proponer axiomas formales para las propiedades globales del mismo —abducción—; después de desarrollar la teoría —deducción— el modelo debe contrastarse con todos los modelos elaborados en la matemática —inducción—. Sin olvidar los gráficos existenciales propuestos por Peirce mismo, la ruta actualmente más viable es la teoría matemática de categorías.

Bibliografía

[A] Myrdene Anderson, Adalira Sáenz-Ludlow, Shea Zellweger and Victor V. Cifarelli (Eds.), *Educational Perspectives on Mathematics as Semiosis: From Thinking to Interpreting to Knowing*. Legas, Toronto, 2003.

[B] Robert W. Burch, *A Peircean Reduction Thesis: The Foundations of Topological Logic*. Texas Tech University Press, Lubbock, 1991.

[H] Nathan Houser, Don D. Roberts and James Van Evra (Eds.), *Studies in the Logic of Charles Sanders Peirce*. Indiana University Press, Bloomington and Indianapolis, 1997.

[K] Kenneth Laine Ketner, *Carolyn Eisele (1902–2000)*. Transactions of the Charles S. Peirce Society **37** (2001) 475–489.

[O1] Arnold Oostra, *Los diagramas de la matemática y la matemática de los diagramas*. Boletín de Matemáticas - Nueva Serie **VIII** (2001) 1–7.

[O2] Arnold Oostra, *Acerca del artículo "On the Logic of Number", de Charles S. Peirce*. Boletín de Matemáticas - Nueva Serie **X** (2003) 14–21.

[O3] Arnold Oostra, *La notación diagramática de C. S. Peirce para los conectivos proposicionales binarios*. Revista de la Academia Colombiana de Ciencias **28** (2004) 57–70.

[CP] Charles S. Peirce, *Collected Papers of Charles Sanders Peirce*. Charles Hartshorne and Paul Weiss (Eds.), vols 1–6. Harvard University Press, 1931–1934. (La notación 1.54 significa parágrafo 54 del volumen 1.)

[NEM] Charles S. Peirce, *The New Elements of Mathematics by Charles S. Peirce*. Carolyn Eisele (Ed.). Mouton, The Hague, 1976. (La notación 3.64 significa página 64 del volumen 3.)

[W] Charles S. Peirce, *Writings of Charles S. Peirce*. Max H. Fisch, Edward C. Moore, *et al* (Eds.). Indiana University Press, Bloomington, 1982–. (La notación 6.30 significa página 30 del volumen 6.)

[R] Don D. Roberts, *The Existential Graphs of Charles S. Peirce*. Mouton, The Hague, 1973.

[S] Sun-Joo Shin, *The Iconic Logic of Peirce's Graphs*. MIT Press, Cambridge (Massachusetts), 2002.

[Z1] Fernando Zalamea, *Una jabalina lanzada hacia el futuro: anticipos y aportes de C. S. Peirce a la lógica matemática del siglo XX*. Mathesis **9** (1993) 391–404.

[Z2] Fernando Zalamea, *El Continuo Peirceano*. Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, 2001.

[Z3] Fernando Zalamea, *Peirce's logic of continuity: existential graphs and non-cantorian continuum*. The Review of Modern Logic **9** (2003) 115–162

Arnold Oostra
Departamento de Matemáticas y Estadística
Universidad del Tolima
A A 546
Ibagué, COLOMBIA